Вопросы к экзамену, I семестр

1. Вещественные числа и правила их сравнения. Теорема о существовании точной верхней (нижней) грани у ограниченного сверху (снизу) множества вещественных чисел.
2. Приближение вещественного числа рациональным. Арифметические операции над вещественными числами. Свойства вещественных чисел.
3. Мощность множества. Счетные множества и множества мощности континуум. Неэквивалентность множества мощности континуум счетному множеству.
4. Последовательность вещественных чисел. Ограниченные и неограниченные последовательности. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Их основные свойства.
5. Понятие сходящейся последовательности. Основные теоремы о сходящихся последовательностях (единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности, арифметические операции над сходящимися последовательностями).
6. Предельный переход в неравенствах для последовательностей. Теорема о пределе монотонной ограниченной последовательности. Число е.
7. Понятие предельной точки последовательности. Теорема о существовании верхнего и нижнего пределов у ограниченной последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
8. Критерий Коши сходимости последовательности.
9. Понятие функции. Два определения предельного значения функции(по Гейне и по Коши), их эквивалентность. Критерий Коши существования предельного значения функции.
10. Арифметические операции над функциями, имеющими предельное значение. Бесконечно малые и бесконечно большие (в данной точке) функции и принципы их сравнения.
11. Понятие непрерывности функции в точке и на множестве. Арифметические операции над непрерывными функциями. Классификация точек разрыва.
12. Локальные свойства непрерывных функций (ограниченность, сохранение знака). Непрерывность сложной функции.
13. Обратная функция. Условия непрерывности монотонных функций и обратных функций.
14. Простейшие элементарные функции и их основные свойства.
15. Предельный переход в неравенствах для функций. Замечательные пределы.
16. Непрерывность функции на множестве. Прохождение непрерывной функции через любое промежуточное значение.
17. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса (о функциях, непрерывных на сегменте).
18. Равномерная непрерывность функции на множестве. Теорема Кантора.
19. Понятие производной и дифференцируемости функции в точке.
20. Правила дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций, сложной функции и обратной функции. Таблица производных.
21. Первый дифференциал функции. Инвариантность его формы. Использование дифференциала для приближенного вычисления значений функции.
22. Производные и дифференциалы высших порядков, формула Лейбница. Дифференцирование функции, заданной параметрически.
23. Возрастание (убывание) функции в точке. Локальный экстремум функции. Достаточное условие возрастания (убывания). Необходимое условие локального экстремума дифференцируемой в данной точке функции.
24. Теорема Роля о нуле производной и ее геометрический смысл.
25. Теорема Лагранжа (формула конечных приращений). Следствия из неё.
26. Теорема Коши (обобщенная формула конечных приращений).
27. Правила Лопиталя раскрытия неопределённостей.
28. Формула Тейлора с остаточным членом в общей форме (в форме Шлёмильха-Роша).
29. Формула Тейлора с остаточным членом в формах Лагранжа, Коши и Пеано. Оценка остаточного члена.
30. Разложение по формуле Тейлора-Маклорена элементарных функций. Примеры приложений формулы Тейлора для приближенных вычислений элементарных функций и вычисления пределов.
31. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов от элементарных функций.
32. Основные методы интегрирования - замена переменной, интегрирование по частям.
33. Элементы теории многочленов. Интегрирование рациональных функций.
34. Интегрирование дробно-линейных и квадратичных иррациональностей и некоторых классов тригонометрических функций.